**1ο Σετ Ασκήσεων: Συνδυαστικά Παιχνίδια**

Μπάλλας Μιχαήλ

A.Μ.

Σούρλας Ζήσης

Α.Μ. 1072477

sourlas.zisis@upnet.gr

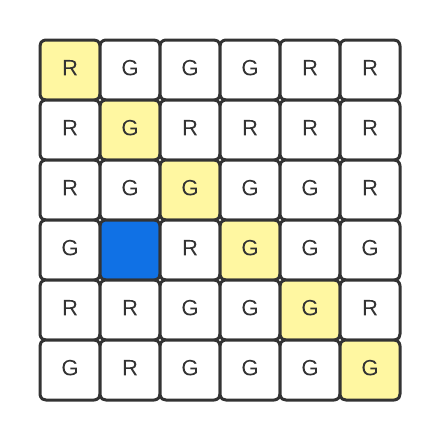
/04/2023

**Θεωρητικό Μέρος**

Παρακάτω θα εξετάσουμε όλες τις υποπαρτίδες της συγκεκριμένης εκδοχής του NIM με το πολύ 5 κελιά ελεύθερα. Θα εξετάσουμε τις υποπαρτίδες κατά αύξουσα σειρά ελεύθερων κελιών. Στα παραδείγματα τα κενά κελιά χρωματίζονται με μπλε χρώμα, τα κατειλημμένα με λευκό χρώμα και γράμμα εκτός από αυτά της διαγωνίου που χρωματίζονται με κίτρινο. Σε κάθε περίπτωση υποθέτουμε ότι ο παίχτης που είναι η σειρά του να παίξει είναι ο κόκκινος παίκτης.

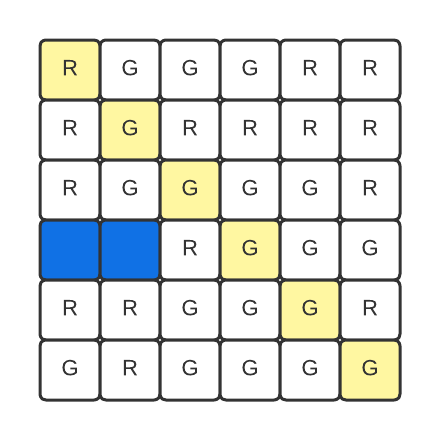
**1 κενό κελί**

1. Στην περίπτωση που έχουμε μόνο ένα κενό κελί είτε αυτό είναι στην διαγώνιο είτε όχι, τότε για τον κόκκινο παίκτη είναι παρτίδα νίκης καθώς αφού κάνει την κίνηση του δε θα υπάρχει άλλη κίνηση για τον πράσινο παίκτη.

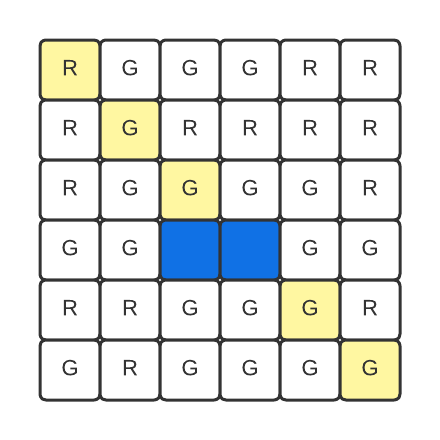
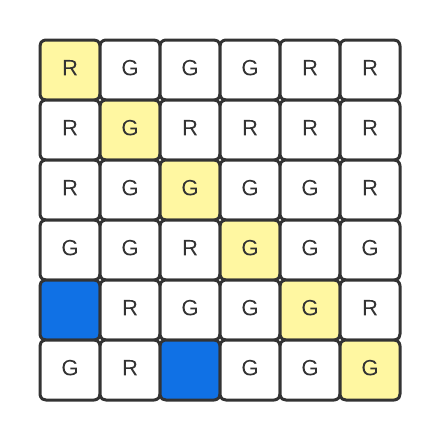


**2 κενά κελιά**

1. Η πρώτη περίπτωση είναι κανένα από τα δυο κενά κελιά να μην περιέχονται στην διαγώνιο και να μπορούν να συμπληρωθούν με μια κίνηση. Τότε για τον κόκκινο παίκτη είναι παρτίδα νίκης για τον ίδιο λόγο με την προηγούμενη περίπτωση.

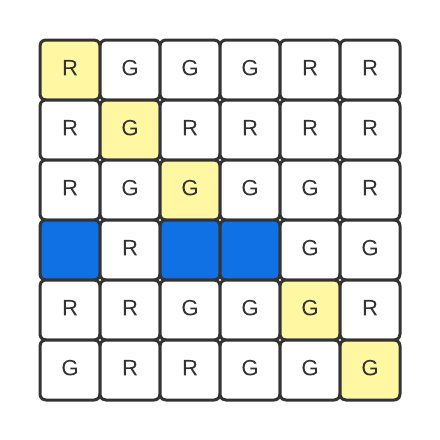
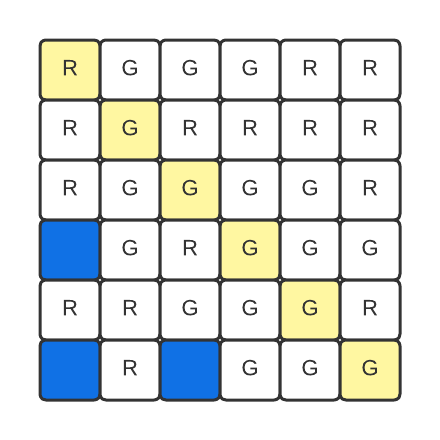


1. Η δεύτερη περίπτωση είναι ένα από τα δυο κελιά να περιέχονται στη διαγώνιο ή να μην είναι διαδοχικά. Σε κάθε περίπτωση δεν μπορούμε να τα συμπληρώσουμε με μια κίνηση. Τότε για τον κόκκινο παίκτη είναι παρτίδα ήττας καθώς όποια κίνηση και να κάνει η υποπαρτίδα που θα δώσει στον αντίπαλο θα είναι αυτή με ένα κελί ελεύθερο δηλαδή μια παρτίδα νίκης.

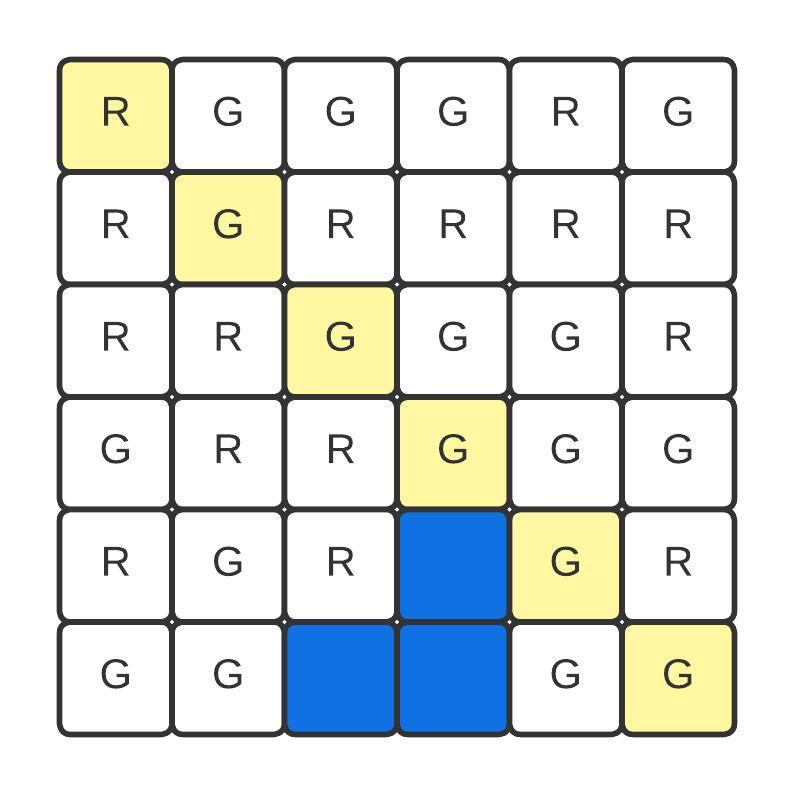
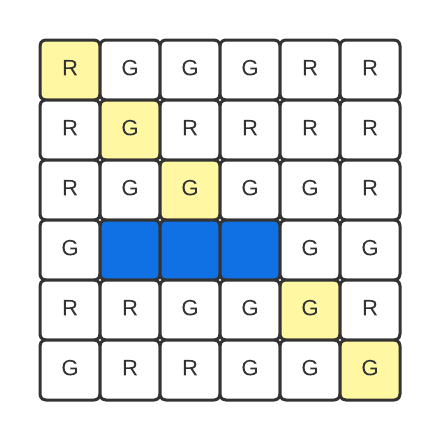
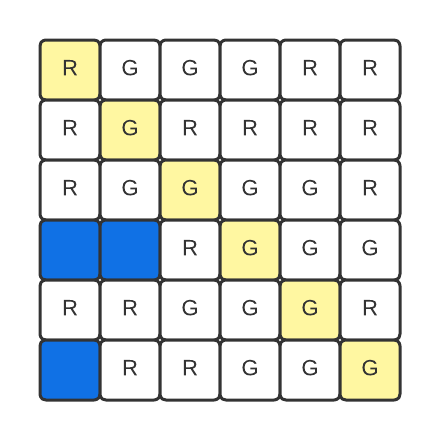


**3 κενά κελιά**

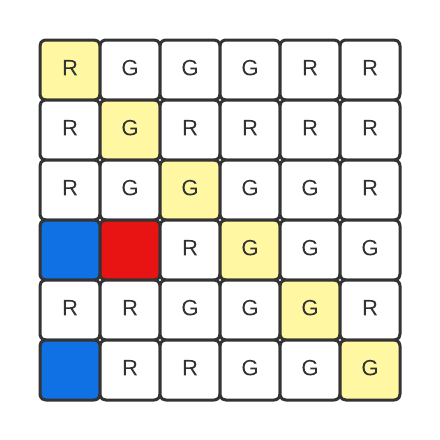
1. Η πρώτη περίπτωση είναι τα κενά κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν μόνο κατά μόνας. Για τον κόκκινο παίκτη είναι παιχνίδι νίκης καθώς παίζοντας τυχαία σε ένα από τα κελιά θα δώσει στον αντίπαλο μια παρτίδα ήττας του τύπου 2.2.



1. Η δεύτερη περίπτωση είναι τα δύο κενά κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν με μια κίνηση και το τρίτο ξεχωριστά. Για τον κόκκινο παίκτη είναι παρτίδα νίκης. Παίζει μια κίνηση «σπάζοντας» τα δύο κελιά που μπορούν να συμπληρωθούν με μια κίνηση δίνοντας έτσι παρτίδα ήττας στον αντίπαλο (περίπτωση 2.2).

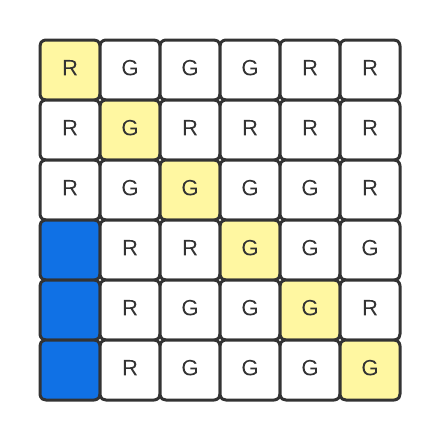


Δηλαδή παίζει :



Από αυτό το σημείο είναι προφανές ότι ό,τι και να παίξει ο παίκτης με τα πράσινα ο κόκκινος θα κερδίσει.

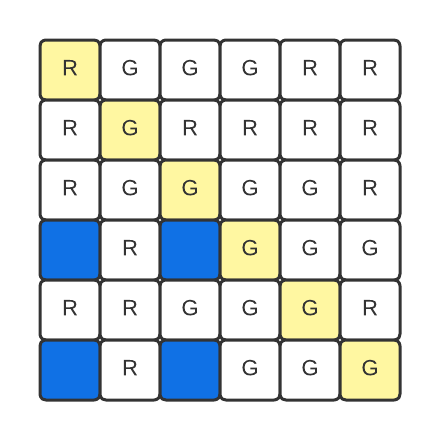
1. Η τελευταία περίπτωση είναι να μπορεί με μία κίνηση να συμπληρώσει και τα τρία κελιά. Τότε ο παίκτης που παίζει τώρα έχει μπροστά του παρτίδα νίκης καθώς μπορεί να συμπληρώσει και τα τρία κελιά με μία κίνηση.



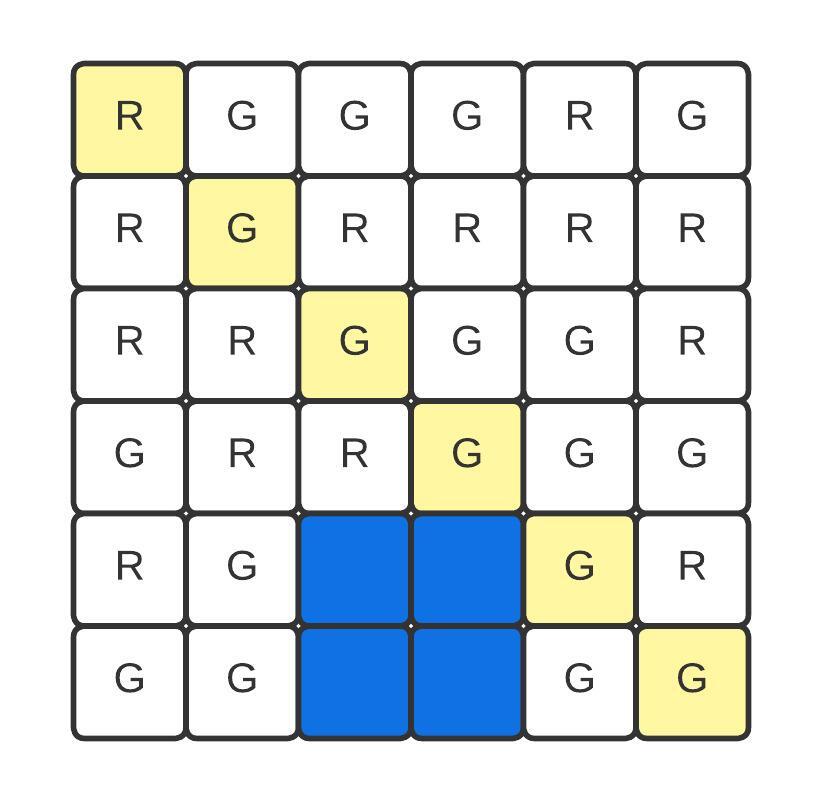
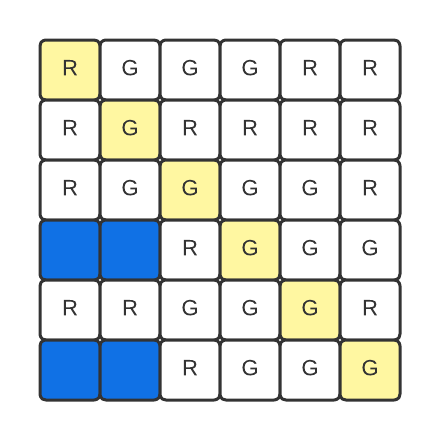
Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει ότι όλα τα παιχνίδια με τρία κενά κελιά είναι παρτίδα νίκης.

**4 κελιά κενά**

1. Η πρώτη περίπτωση είναι το κάθε κελί να μπορεί να συμπληρωθεί μόνο κατά μόνας. Αυτή η παρτίδα είναι παρτίδα ήττας για τον κόκκινο.(Δίνει αναγκαστικά μια παρτίδα της περίπτωσης 3.1 στον πράσινο που είναι παρτίδα νίκης για αυτόν).

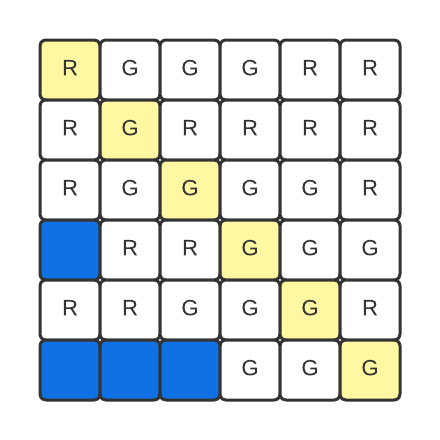


1. Η δεύτερη περίπτωση είναι τα ελεύθερα κελιά να μπορούν ανά δυο να συμπληρώνονται με μια κίνηση. Σε αυτό το σενάριο για τον κόκκινο παίκτη έχουμε παρτίδα ήττας καθώς ό,τι και να κάνει δίνει παιχνίδι νίκης στον πράσινο.



Αναλυτικότερα ο κόκκινος παίκτης έχει την επιλογή να «σπάσει» μια δυάδα ή να συμπληρώσει δύο κελιά. Άρα στον αντίπαλο θα δώσει μια παρτίδα των περιπτώσεων 3.2 ή 2.1 που και οι δύο είναι παρτίδες νίκης για τον πράσινο.

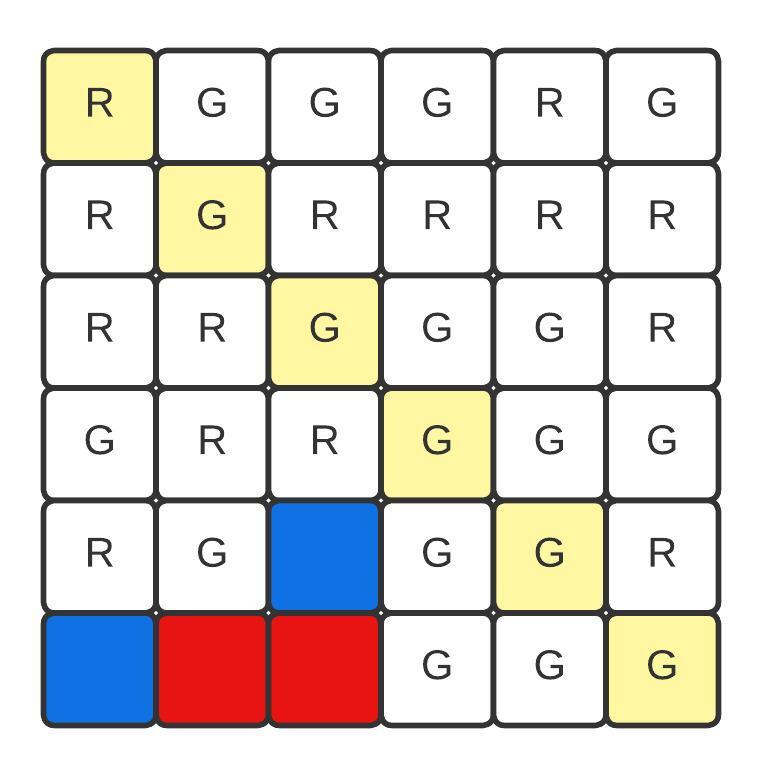
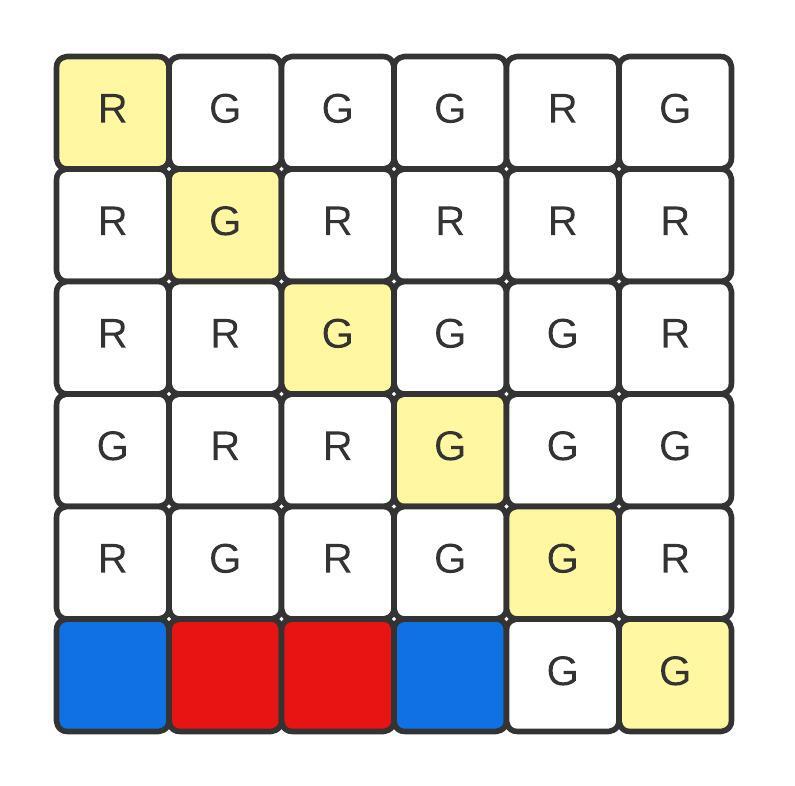
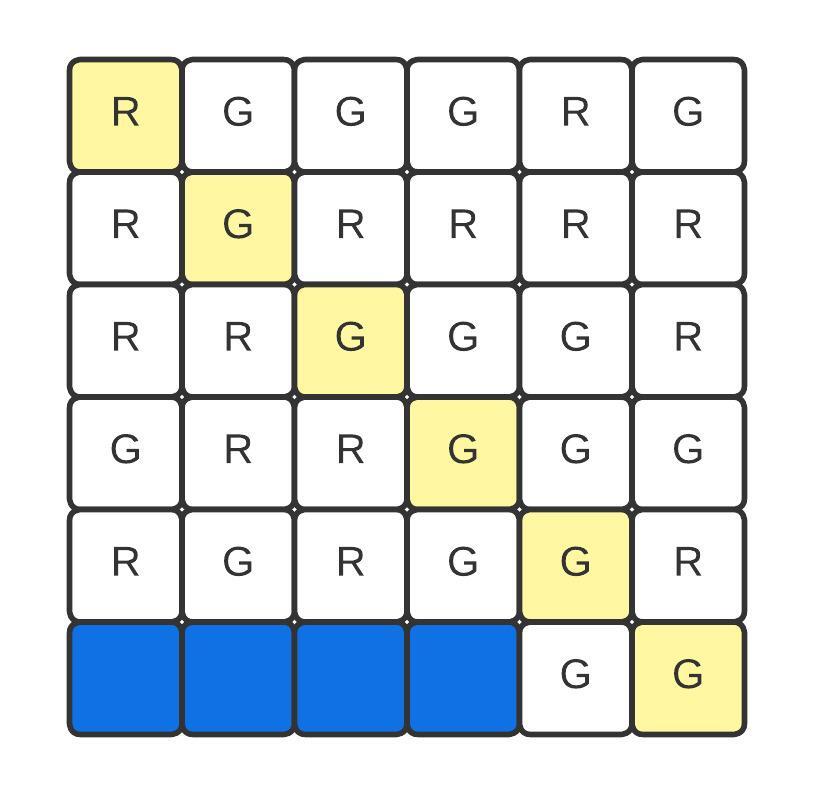
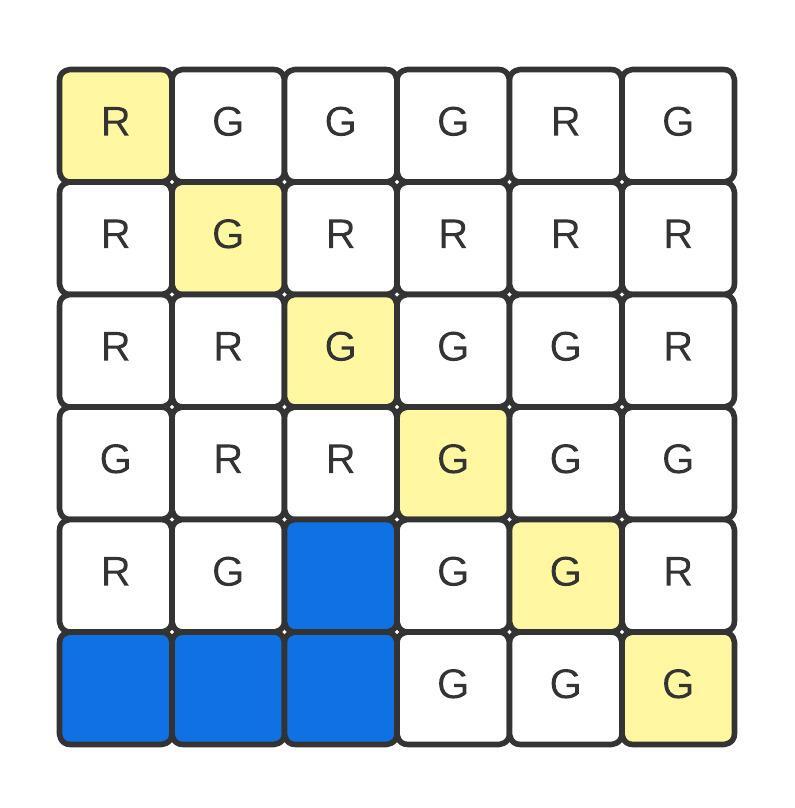
1. Η τρίτη περίπτωση είναι τα τρία ελεύθερα κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν ταυτόχρονα και το άλλο ξεχωριστά. Για τον κόκκινο αυτό αποτελεί παρτίδα νίκης.



Αναλυτικότερα θα σπάσει την τριάδα συμπληρώνοντας τα δυο κελιά με μια κίνηση και θα δώσει μια παρτίδα της περίπτωσης 2.2 (παρτίδα ήττας) στον πράσινο.

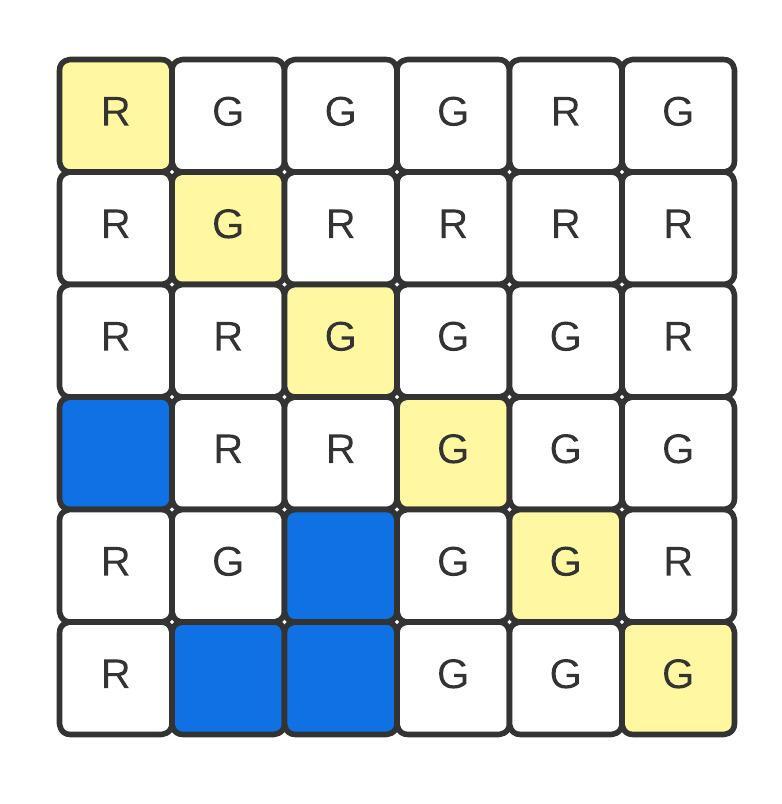
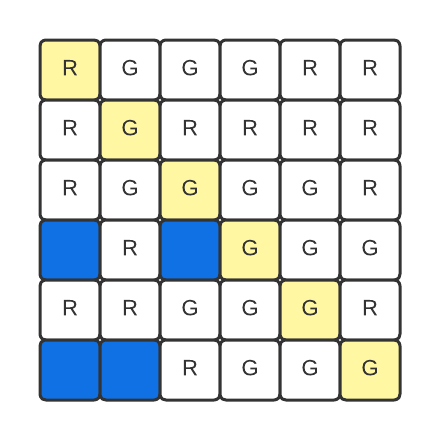
**Ειδικές περιπτώσεις:**

Οι παρακάτω δύο περιπτώσεις μπορούν να αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της 4.2 (παρτίδα ήττας) ή της 4.3 (παρτίδα νίκης). Ωστόσο αν αναγνωστούν ως η περίπτωση 4.3 και παιχτούν όπως θα δείξουμε είναι παρτίδες νίκης.



Όπως φαίνεται η παρτίδα που προκύπτει για τον πράσινο παίκτη είναι και για τις δύο περιπτώσεις παρτίδα ήττας (περίπτωση 2.2).

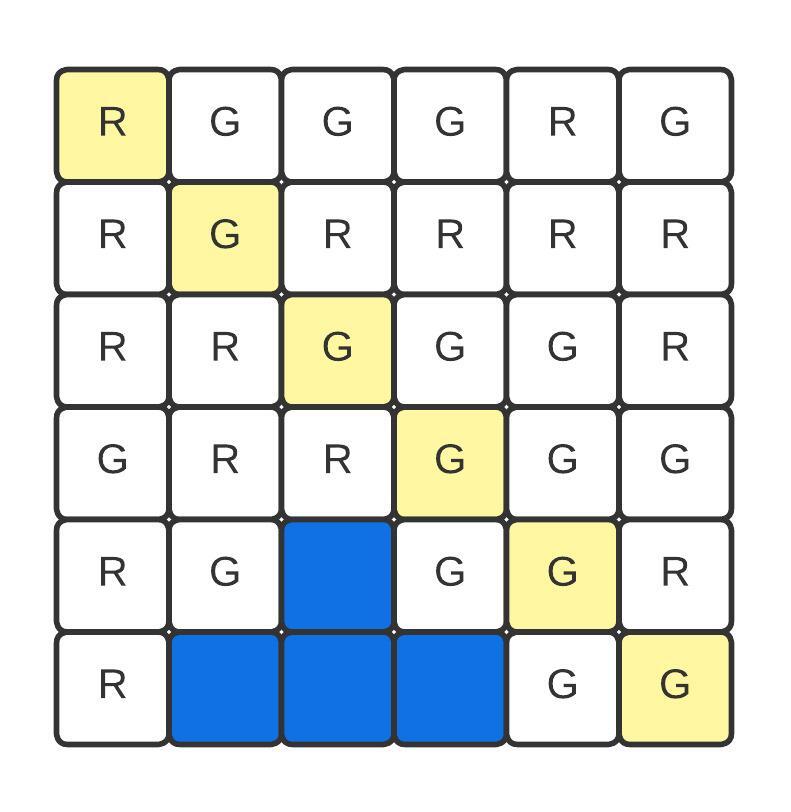
1. Η τελευταία περίπτωση είναι τα δύο ελεύθερα κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν ταυτόχρονα και τα άλλα δύο κατά μόνας. Αυτή η παρτίδα είναι παρτίδα νίκης για τον κόκκινο παίκτη.



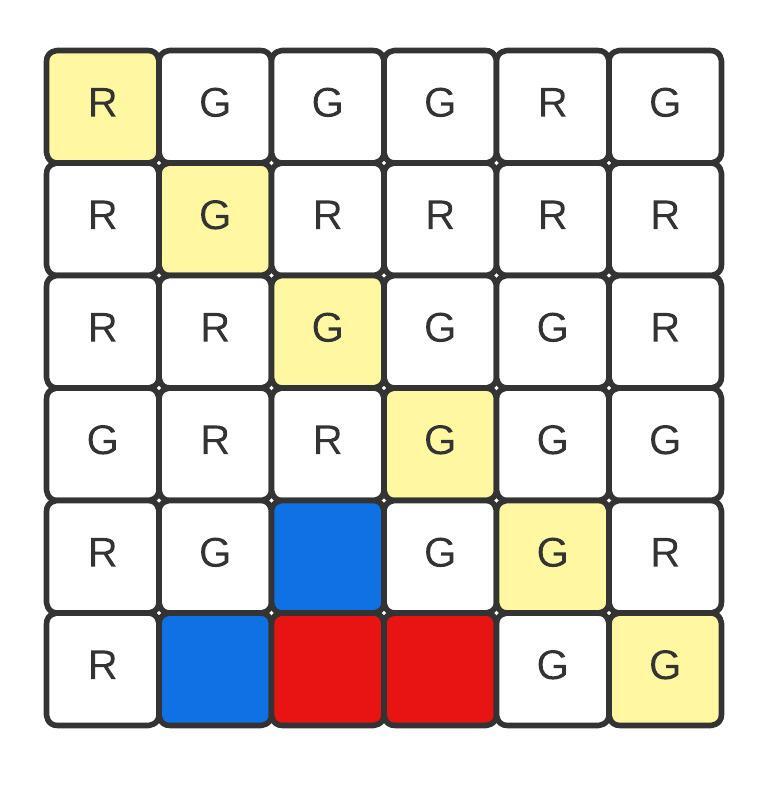
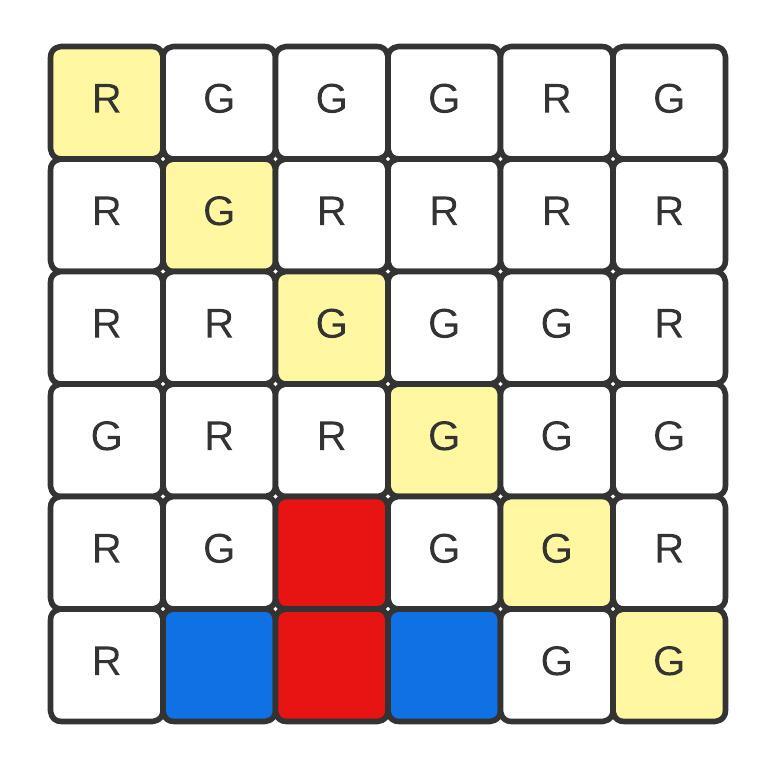
Αναλυτικότερα ο κόκκινος παίκτης θα συμπληρώσει τα δύο κελιά με μια κίνηση και θα αφήσει στον πράσινο παρτίδα ήττας (περίπτωσης 2.2).

**Ειδική περίπτωση:**

Η παρακάτω περίπτωση μπορεί να αναγνωσθεί ως μια παρτίδα της περίπτωσης 4.3 ή της 4.4. Ανεξαρτήτως όμως του πώς θα αναγνωσθεί είναι παρτίδα νίκης για τον κόκκινο.



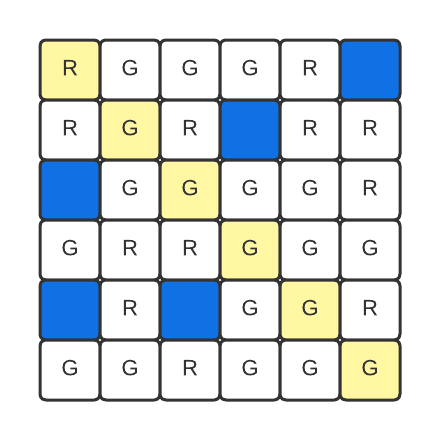
Ο κόκκινος μπορεί να παίξει μία από τις δύο στρατηγικές:



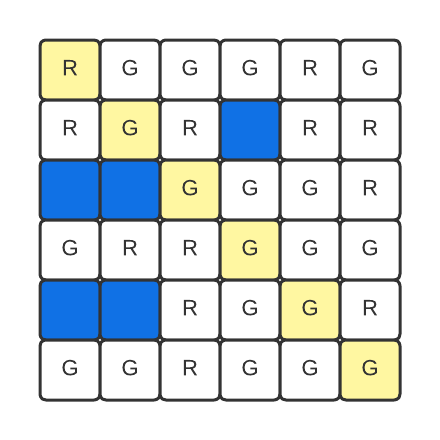
Και στις δύο περιπτώσεις δίνει στον πράσινο μια παρτίδα της περίπτωσης 2.2 δηλαδή παρτίδα ήττας.

**5 κελιά κενά**

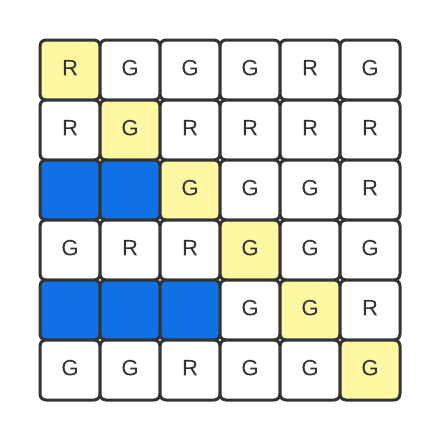
1. Η πρώτη περίπτωση είναι το κάθε ελεύθερο κελί να μπορεί να συμπληρωθεί μόνο κατά μόνας. Για τον κόκκινο παίκτη αποτελεί παρτίδα νίκης γιατί παίζοντας μια οποιαδήποτε κίνηση δίνει στον πράσινο παρτίδα ήττας(περίπτωση 4.1)



1. Η δεύτερη περίπτωση είναι τα τέσσερα κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν σε δυάδες και αυτό που έμεινε κατά μόνας. Για τον κόκκινο παίκτη αποτελεί παρτίδα νίκης διότι συμπληρώνοντας το απομονωμένο κελί δίνει παιχνίδι ήττας στον πράσινο(περίπτωση 4.2)

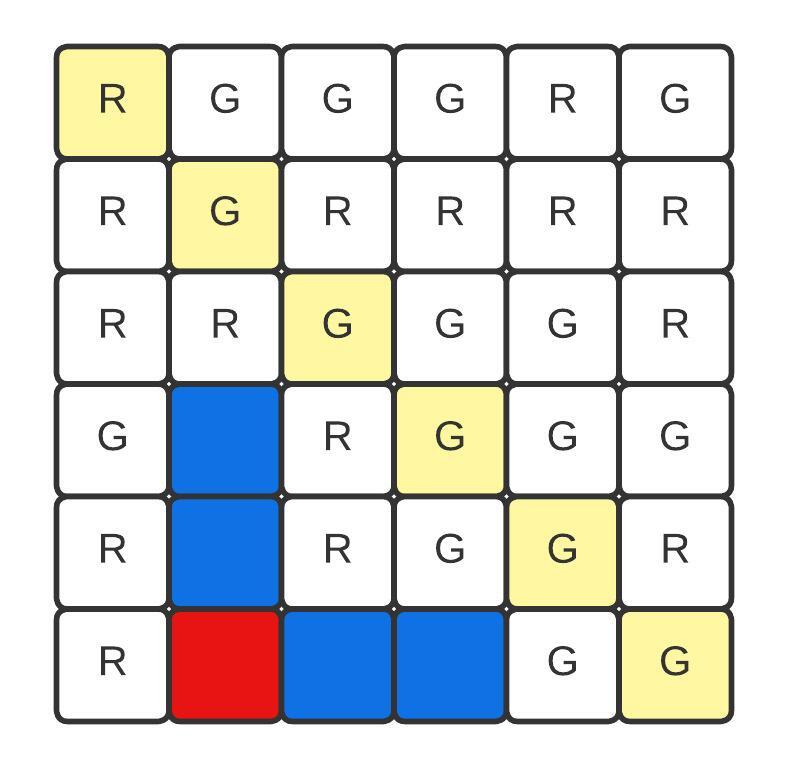
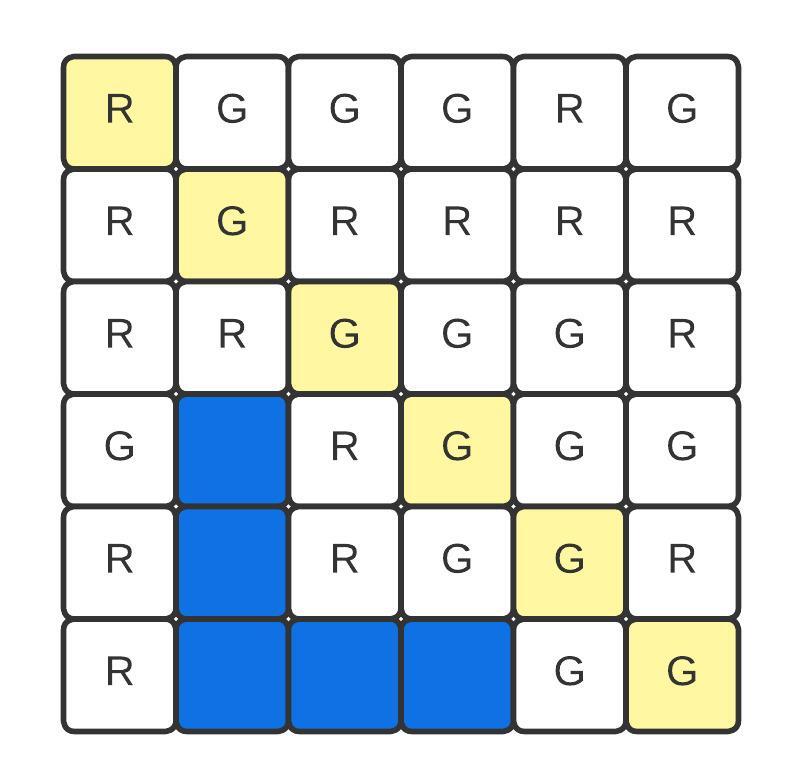


1. Η τρίτη περίπτωση είναι να μπορεί να συμπληρωθεί μια τριάδα και μια δυάδα. Αυτή η παρτίδα είναι παρτίδα νίκης για τον κόκκινο αφού μπορεί να δώσει παρτίδα ήττας στον πράσινο(περίπτωση 4.2) παίζοντας ένα εκ των ακριανών της τριάδας.

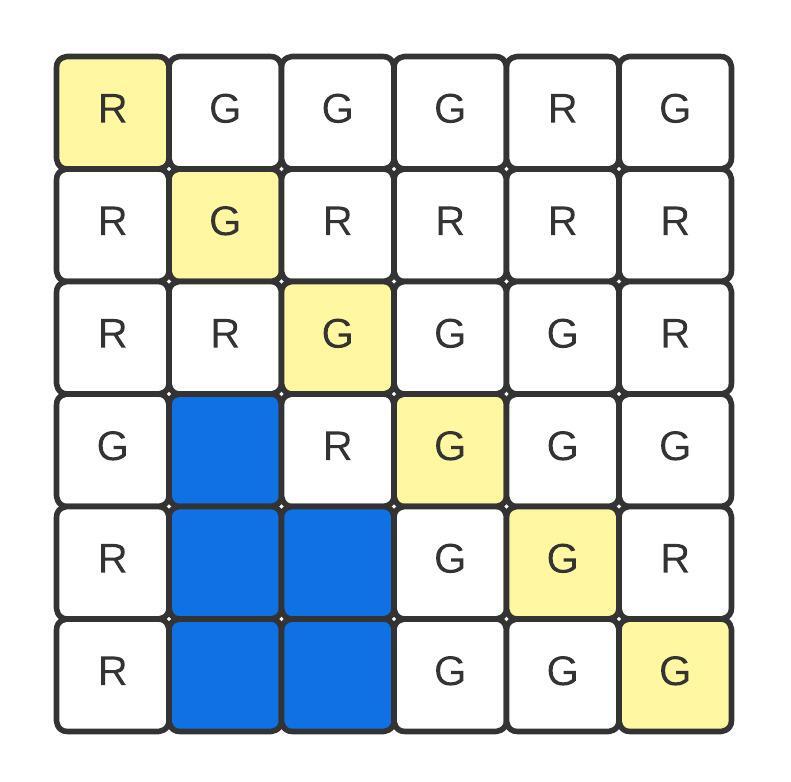


**Ειδικές περιπτώσεις:**

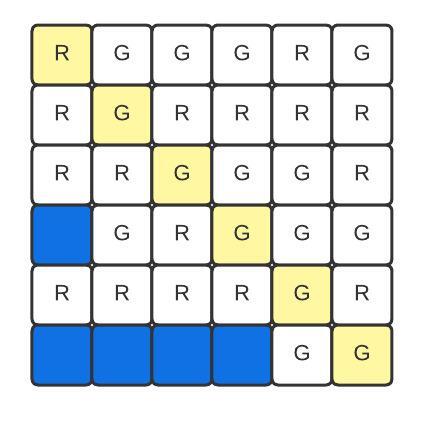
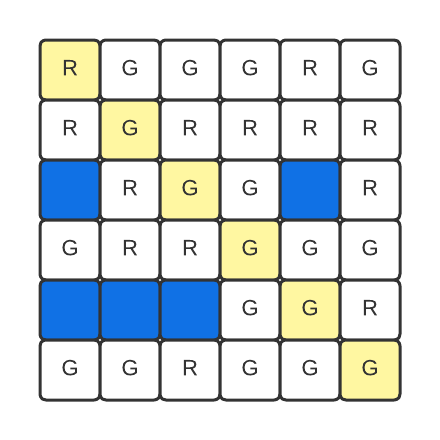
Η παρακάτω περίπτωση μπορεί είναι υποπερίπτωση της 5.3 στην οποία ωστόσο δεν είναι σαφές ποια είναι η τριάδα και ποια η δυάδα. Σε αυτήν την περίπτωση προκύπτει παιχνίδι ήττας για τον αντίπαλο αν ο κόκκινος παίκτης παίξει το κελί που βρίσκεται σε κάθε περίπτωση στην άκρη της τριάδας.



H παρακάτω περίπτωση μπορεί να αναγνωσθεί ως υποπερίπτωση της 5.2 ή της 5.3. Σε κάθε περίπτωση όμως αποτελεί παρτίδα νίκης για τον κόκκινο.

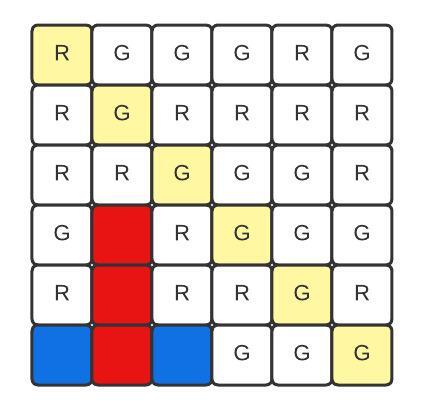
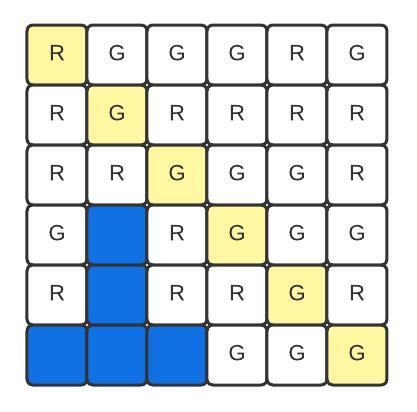
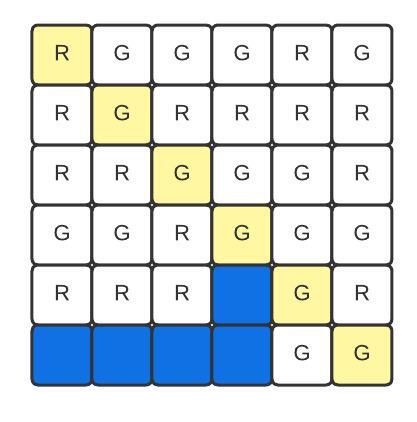


1. Τέταρτη περίπτωση είναι να υπάρχει μια τριάδα και τα υπόλοιπα κελιά να μπορούν να συμπληρωθούν μόνο κατά μόνας. Αυτή είναι παρτίδα νίκης για τον κόκκινο αφού μπορεί να δώσει την παρτίδα της περίπτωσης 2.2 στον πράσινο που είναι παρτίδα ήττας παίζοντας την τρίαδα.

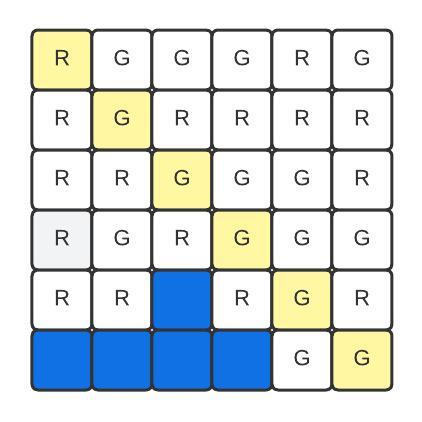
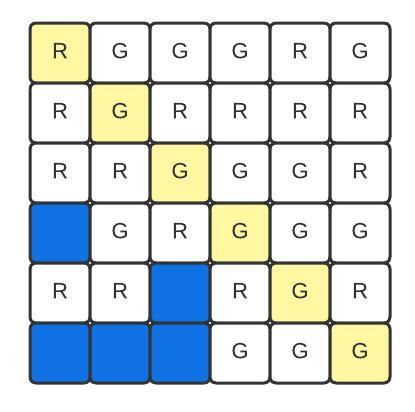


**Ειδικές περιπτώσεις:**

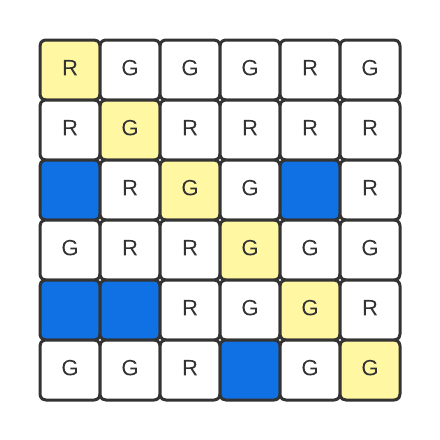
Οι παρακάτω περιπτώσεις μπορούν να αναγνωστούν είτε ως υποπεριπτώσεις της 5.3 είτε της 5.4. Εάν αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της 5.3 τότε δεν είναι σίγουρο ότι μπορούν να οδηγήσουν σε παιχνίδι νίκης. Εάν αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της 5.4 τότε αρκεί απλά να παιχτεί η τριάδα όπως ήδη εξηγήσαμε για να δοθεί παιχνίδι ήττας στον αντίπαλο.



Οι παρακάτω περιπτώσεις μπορούν να αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της περίπτωσης 5.2 ή της 5.4. Εάν αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της 5.2 τότε δεν είναι σίγουρο ότι μπορούν να οδηγήσουν σε παιχνίδι νίκης. Εάν αναγνωστούν ως υποπεριπτώσεις της 5.4 τότε αρκεί απλά να παιχτεί η τριάδα όπως ήδη εξηγήσαμε για να δοθεί παιχνίδι ήττας στον αντίπαλο.

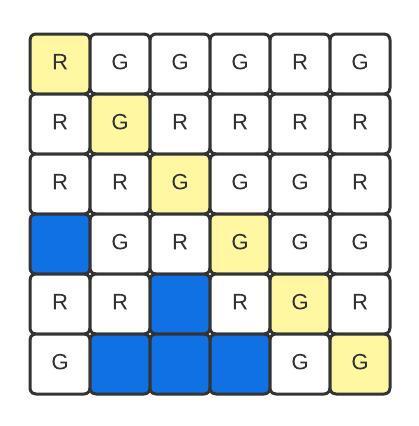


1. Τελευταία περίπτωση για τα πέντε ελεύθερα κελιά είναι να μπορεί να συμπληρωθεί μόνο μια δυάδα και όλα τα υπόλοιπα κελιά κατά μόνας. Αυτή είναι και πάλι παρτίδα νίκης για τον κόκκινο παίκτη καθώς μπορεί να δώσει στον πράσινο την παρτίδα 4.1 η οποία είναι παρτίδα ήττας παίζοντας ένα από τα δύο κελιά της δυάδας.



**Ειδική περίπτωση:**

Η παρακάτω περίπτωση μπορεί να αναγνωσθεί ως υποπερίπτωση της περίπτωσης 5.5 ή 5.4. Αν αναγνωσθεί ως υποπερίπτωση της 5.4 αρκεί να παιχτεί η τριάδα για να δοθεί παιχνίδι ήττας στον αντίπαλο. Αν αναγνωσθεί ως υποπερίπτωσης της 5.5 τότε πρέπει να παιχτεί το κελί της δυάδας που συμμετέχει στην τριάδα κατά την άλλη ανάγνωση για να δοθεί το παιχνίδι ήττας 4.1 στον αντίπαλο. Σε κάθε περίπτωση μιλάμε για παιχνίδι νίκης.



Από την παραπάνω ανάλυση συμπεραίνουμε ότι όλα τα παιχνίδια με 5 ελεύθερα κελιά είναι παιχνίδια νίκης.